

Министерство образования Новосибирской области
государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Новосибирской области
«НОВОСИБИРСКИЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»

СОГЛАСОВАНО
Заместитель директора
по учебной работе
_____ С.В.Белина
« ____ » _____ 2020г.

Директор С.С. Лузан

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ
ОУД.04 Математика: алгебра и начала анализа; геометрия**

(технический профиль)

2020 г.

Методические указания разработаны на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (далее – СПО) 44.02.06 Профессиональное обучение (по отраслям), входящей в состав укрупненной группы специальностей 44.00.00 Образование и педагогические науки; 09.02.05 Прикладная информатика (по отраслям), входящей в состав укрупненной группы специальностей 09.00.00 Информатика и вычислительная техника.

Организация-разработчик: государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Новосибирской области «Новосибирский профессионально-педагогический колледж»

Разработчик:
Бочкарёва Д.В., преподаватель

Рассмотрено на заседании ПЦК общеобразовательных и гуманитарных дисциплин

Протокол №1 от 01.09.2020г. Председатель ПЦК ___Е.П.Виниченко

Пояснительная записка

Практические занятия служат связующим звеном между теорией и практикой. Они необходимы для закрепления теоретических знаний, полученных на уроках теоретического обучения, а так же для получения практических знаний. Практические задания выполняются студентом самостоятельно, с применением знаний и умений, полученных на уроках, а так же с использованием необходимых пояснений, полученных от преподавателя при выполнении практического задания. К практическому занятию от студента требуется предварительная подготовка, которую он должен провести перед занятием. Список литературы и вопросы, необходимые при подготовке, студент получает перед занятием из методических рекомендаций к практическому занятию.

Практические задания разработаны в соответствии с учебной программой. В зависимости от содержания они могут выполняться студентами индивидуально или фронтально.

Зачет по каждой практической работе студент получает после её выполнения и предоставления в письменном виде, оформления отчета в котором указывает полученные знания и умения в ходе выполнения практической работы, а также ответов на вопросы преподавателя, если таковые возникнут при проверке выполненного задания.

Практическая работа №1

Тема: «Действия над числами»

Цель работы:

1. Формировать умения и навыки выполнения действий над числами
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Перечень справочной литературы :

1. Алимов Ш.А. и др. «Алгебра и начала анализа 10-11 кл», М: Просвещение , 2008
2. Дорофеев Г.В. «Сборник заданий для проведения письменного задания по математике 11 кл», Москва, Дрофа, 2004
3. Алтынов П.И. «2600 тестов и проверочных заданий по математике», М: Дрофа, 1999

Краткие теоретические сведения:

Множество всех чисел, противоположных натуральным, называется множеством целых отрицательных чисел . Сами натуральные числа при этом называют целыми положительными числами . Множество целых отрицательных чисел, множество целых положительных чисел и число нуль вместе называются множеством целых чисел . Это множество обозначается \mathbb{Z} .

Сами натуральные числа иногда записывают со знаком плюс (+), а им противоположные всегда пишут со знаком минус (-). Знак минус перед целым отрицательным числом называется знаком количества в отличие от знака вычитания, который называется знаком действия . Заданное направление координатной прямой называется положительным , противоположное направление называется отрицательным . **Множество иррациональных чисел** - это вещественные числа, которые не являются рациональными, то есть не являются ни целыми, и не могут быть представлены в виде дроби m/n , где m — целое число, n — целое число. Любая непериодическая дробь является иррациональным числом, и любое иррациональное число можно записать в виде бесконечной непериодической дроби.

Действительное число - вещественное число, - положительное число, отрицательное число или нуль.

Правило сложения чисел столбиком:

$$1) \begin{array}{r} + 73 \\ 12 \\ \hline 85 \end{array} \qquad 2) \begin{array}{r} + 67 \\ 26 \\ \hline 93 \end{array}$$

Чтобы сложить два числа, нужно:

1. Записать два числа одно под другим. Цифры соответствующих разрядов должны находиться на одном уровне (единицы - под единицами, десятки - под десятками и т.д.). Под нижним числом провести черту. Обратите внимание: если числа (или одно из них) смешанное, т.е. имеет десятичную дробную часть, то десятичные запятые так же оказываются на одном уровне.
2. Сложить цифры в каждом разряде, начиная с младшего разряда (самого правого). Результат записывается под тем разрядом, в котором выполнено сложение. Если результат - двузначный, на месте ответа записывается число единиц, а число десятков прибавляется к единицам соседнего старшего (находящегося слева от данного) разряда.
3. Если числа (или одно из них) были смешанные, то десятичная запятая в полученном результате ставится точно под запятыми слагаемых.

$$3) \begin{array}{r} + 124 \\ 756 \\ \hline 880 \end{array} \qquad 4) \begin{array}{r} + 4592 \\ 675 \\ \hline 5267 \end{array}$$

Правило вычитания чисел столбиком:

$$1) \begin{array}{r} - 98 \\ 21 \\ \hline 77 \end{array} \qquad 2) \begin{array}{r} - 63 \\ 45 \\ \hline 18 \end{array}$$

Чтобы вычесть из одного числа другое, нужно:

1. Записать два числа одно под другим. Уменьшаемое должно располагаться над вычитаемым. Цифры соответствующих разрядов должны находиться на одном уровне (единицы - под единицами, десятки - под десятками и т.д.). Под нижним числом провести черту. Обратите внимание: если числа (или одно из них) смешанное, т.е. имеет десятичную дробную часть, то десятичные запятые так же оказываются на одном уровне.
2. В каждом разряде вычесть из цифры уменьшаемого цифру вычитаемого, начиная с младшего разряда (самого правого). Результат записывается под тем разрядом, в котором выполнено вычитание. Если в каком-либо разряде цифра уменьшаемого меньше, чем цифра вычитаемого, нужно занять единицу

соседнего старшего (расположенного левее данного) разряда, равную десяти единицам данного разряда. После этого в разряде, откуда занимали, остается на единицу меньше, а в текущем разряде становится на 10 единиц больше, что дает возможность выполнить вычитание.

3. Если числа (или одно из них) были смешанные, то десятичная запятая в полученном результате ставится точно под запятыми слагаемых.

$$3) \quad \begin{array}{r} 117 \\ - 88 \\ \hline 29 \end{array} \qquad 4) \quad \begin{array}{r} 573.6 \\ - 171.9 \\ \hline 401.7 \end{array}$$

Правило умножения чисел столбиком:

$$1) \quad \begin{array}{r} 71 \\ \times 6 \\ \hline 426 \end{array} \qquad 2) \quad \begin{array}{r} 56 \\ \times 23 \\ \hline 168 \\ + 112 \\ \hline 1288 \end{array}$$

Чтобы умножить два числа, нужно:

1. Записать два числа одно под другим. Цифры соответствующих разрядов должны находиться на одном уровне (единицы - под единицами, десятки - под десятками и т.д.). Под нижним числом провести черту.
2. Младшую (крайнюю справа) цифру нижнего числа умножить на младшую цифру верхнего числа. Если результат - двузначный, на месте ответа записывается число единиц, а число десятков прибавляется к следующему произведению, получаемому в шаге 3.
3. Младшую цифру нижнего числа умножить на следующую по старшинству (вторую справа) цифру верхнего числа. К произведению прибавляется число десятков предыдущего произведения, если в шаге 2 результат был двузначный. Если после сложения результат двузначный, поступаем с ним так же, как в шаге 2.
4. Аналогично умножить оставшиеся цифры верхнего числа на младшую цифру нижнего. Если цифра верхнего числа была последней (самой левой), произведение записываем полностью. Получено первое частичное произведение.
5. Аналогично умножить все цифры верхнего числа, начиная с младшей, на каждую из оставшихся цифр нижнего. Частичные произведения записывают так, чтобы младшая цифра частичного произведения была на одном уровне с соответствующей цифрой нижнего числа и на одну строчку ниже предыдущего частичного произведения.

6. Сложить полученные частичные произведения. Их сумма является конечным результатом умножения.

7. Если один или оба сомножителя имели десятичную дробную часть, то в произведении справа отсчитывается столько цифр, сколько суммарно было в дробных частях обоих сомножителей и ставится десятичная запятая.

3)
$$\begin{array}{r} .123 \\ \times 54 \\ \hline +492 \\ \underline{615} \\ 6642 \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{r} .2157 \\ \times 342 \\ \hline +4314 \\ +8628 \\ \underline{6471} \\ 737694 \end{array}$$

Правило деления чисел столбиком:

1)
$$\begin{array}{r} 75 \overline{)325} \\ \underline{6} \\ -75 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} 372 \overline{)62} \\ \underline{36} \\ -12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

Чтобы разделить одно число на другое, нужно:

1. Записать делимое и делитель на одной строке, после чего разделить их вертикальной линией высотой в две строки. Под делителем провести горизонтальную линию, перпендикулярную вертикальной. Под ней будет записано частное. Внимание: если делитель представляет собой десятичную дробь, то запятая в делимом и делителе переносится на одно и то же количество разрядов вправо так, чтобы делитель стал целым числом.
2. Самую левую цифру делимого сравниваем с делителем. Если она меньше делителя, то рассматриваем число, составленное из двух левых цифр делимого. Если это число меньше делителя, рассматриваем число, составленное из трех левых цифр делимого, и таким образом добавляем к рассматриваемому числу цифры делимого до тех пор, пока рассматриваемое число не будет больше или равно делителю.
3. Подсчитываем, какое максимальное количество раз можно отнять от рассматриваемого числа делитель. Это количество раз нужно записать как цифру частного (последующие цифры частного будут добавляться к частному справа).
4. Умножаем делитель на последнюю записанную цифру частного. Произведение пишем под рассматриваемым числом, как для вычитания двух чисел столбиком. Слева пишем знак «минус». Под произведением проводим

горизонтальную линию, после чего выполняем вычитание двух чисел. Разность записываем под горизонтальной линией.

5. Если все цифры делимого уже рассмотрены, переходим к шагу 7. Если же нет, дописываем к разности справа следующую (еще не рассмотренную) цифру делимого («сносим вниз» эту цифру). Если получившееся из разности и этой цифры новое рассматриваемое число меньше делителя, то дописываем к частному справа ноль и сносим вниз следующую (еще не рассмотренную) цифру делимого. Так действуем до тех пор, пока рассматриваемое число не станет больше или равно делителю. После этого возвращаемся к шагу 3. При этом, если в делимом есть десятичная дробная часть, и в шаге 4 переносится первая цифра этой части, то в частном ставится десятичная запятая.

7. Все цифры делимого снесены вниз, деление выполнено. Частное записано под делителем. Если остаток от последнего вычитания не равен нулю, то это остаток от деления.

3)
$$\begin{array}{r|l} 3913 & 13 \\ \hline 39 & 301 \\ \hline -013 & \\ \hline 13 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{r|l} 438112 & 12 \\ \hline 36 & 365 \\ \hline -78 & \\ \hline -72 & \\ \hline -61 & \\ \hline -60 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

Порядок проведения работы: Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы. Вычислить столбиком:

1 вариант	2 вариант
1) $5565890 + 78866543$	1) $5365291 + 38896544$
2) $67543245 + 985643$	2) $67443265 + 665633$
3) $69874565 - 4567546$	3) $65875562 - 4527563$
4) $65768765 - 875432$	4) $35469763 - 845836$
5) $58765 - 34521 + 64096$	5) $55725 - 36522 + 69026$
6) $56745 - 12654 + 85690$	6) $56543 - 62257 + 83698$
7) $28 \cdot 645 - 16124 : 29$	7) $62 \cdot 125 - 49000 : 56$
8) $56 \cdot 136 - 45172 : 46$	8) $36 \cdot 148 - 6848 : 16$
9) $44256 - 18900 : 20 \cdot 126$	9) $44256 - 18900 : 20 \cdot 126$
10) $456743 - 17296 : 47 \cdot 112$	10) $65674 - 12720 : 48 \cdot 134$
11) $(11 + 11 \cdot 11) + 11 \cdot 11 - 11$	11) $(12 + 12 \cdot 12) + 12 \cdot 12 - 12$
12) $896 - (64356 + 603 \cdot 3) - 123$	

13) $2543-(23654-702*2)+321$	12) $496-(64325 + 203*3)-876$
	13) $4643-(23234-402*2)+643$

Практическая работа №2

Тема: «Приближенные вычисления»

Цель работы:

1. Формировать умения и навыки вычисления приближенных величин
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Перечень справочной литературы :

1. Алимов Ш.А. и др. «Алгебра и начала анализа 10-11 кл», М: Просвещение , 2008
2. Дорофеев Г.В. «Сборник заданий для проведения письменного задания по математике 11 кл», Москва, Дрофа, 2004
3. Алтынов П.И. «2600 тестов и проверочных заданий по математике», М: Дрофа, 1999

Краткие теоретические сведения:

1) **Метод границ приближенного значения величины.**

Наибольшее из чисел a_1, a_2, \dots, a_n называют нижней границей величины t , а наименьшее из чисел b_1, b_2, \dots, b_n – верхней границей.

Обозначим нижнюю границу – a , верхнюю границу – b

Тогда получаем $a < t < b$

Пример1. Пусть дано $3,8 < x < 4,2$. Найти границы выражения: А) $3x$; Б) $2x+5$

Решение:

А) умножим все члены данного неравенства на 3,

$$3*3,8 < 3 * x < 3 * 4,2$$

Получаем

$$11,4 < 3x < 12,6$$

Б) умножим все члены данного неравенства на -2,

$$-2*3,8 < -2 * x < -2 * 4,2$$

$$-7,6 < -2x < -8,4$$

При умножении на отрицательное число знак меняется в другую сторону

Получаем

$$-8,4 < -2x < -7,6$$

Теперь прибавим ко всем членам данного неравенства 5

$$5-8,4 < 5-2x < 5 -7,6$$

Получаем

$$-3,4 < -2x+5 < -2,6$$

Ответ: а) $11,4 < 3x < 12,6$; б) $-3,4 < -2x+5 < -2,6$

Пример 2. Пусть дано $6,2 < x < 8,4$. Найти границы величины $\frac{1}{x}$.

Решение: $x > 0$

Так как $x > 6,2$ то $\frac{1}{x} < \frac{1}{6,2}$ или $\frac{1}{x} < \frac{5}{31}$

Но $x < 8,4$, то $\frac{1}{x} > \frac{1}{8,4}$ или $\frac{1}{x} > \frac{5}{42}$

Получаем

$$\frac{5}{42} < \frac{1}{x} < \frac{5}{31} ; \frac{5}{42} \approx 0,119 \dots \approx 0,11; \frac{5}{31} \approx 0,156 \dots \approx 0,16$$

Получаем $0,11 < \frac{1}{x} < 0,16$

Ответ: $0,11 < \frac{1}{x} < 0,16$

Пример 3.

Границы суммы $a+v$

$$m_1+n_1 < a+v < m_2+n_2$$

Найти границы суммы $a+v$, если

$$1,2 < a < 1,4$$

$$-1,5 < v < -1,1$$

Решение: сложим почленно оба выражения

$$1,2-1,5 < a+v < 1,4-1,1$$

Получим

$$-0,3 < a+v < 0,3$$

Ответ: $-0,3 < a+v < 0,3$

Пример 4.

Границы разности $a-v$

$$m_1 - n_2 < a-v < m_2 - n_1$$

Найти границы разности $a-v$, если

$$-3,2 < a < -2,8$$

$$1,5 < v < 1,7$$

Решение: вычтем выражения крест на крест

$$-3,2-1,7 < a-v < -2,8-1,5$$

Получим

$$-4,9 < a-v < -4,3$$

Ответ: $-4,9 < a-v < -4,3$

Пример 5.

Границы произведения $a \cdot v$

$$m_1 \cdot n_1 < a \cdot v < m_2 \cdot n_2$$

Найти границы произведения $a \cdot v$, если

$$2,1 < a < 2,6$$

$$1,2 < b < 1,4$$

Решение: перемножим данные почленно

$$2,1 \cdot 1,2 < a \cdot b < 2,6 \cdot 1,4$$

$$2,52 < a \cdot b < 3,64$$

$$\text{Ответ: } 2,52 < a \cdot b < 3,64$$

Пример 6.

Границы частного $\frac{a}{b}$ $\frac{m_1}{n_2} < \frac{a}{b} < \frac{m_2}{n_1}$

Найти границы частного $\frac{a}{b}$

$$3,8 < a < 4$$

$$2,4 < b < 2,6$$

Решение: поделим выражения крест на крест

$$\frac{3,8}{2,6} < \frac{a}{b} < \frac{4}{2,4}$$

$$1,4 < \frac{a}{b} < 1,6$$

$$\text{Ответ: } 1,4 < \frac{a}{b} < 1,6$$

2) **Точность приближенных значений величин.**

$$X = a \pm h$$

В практике в качестве приближения величины x можно взять среднее арифметической нижней и верхней границ этого числа, т.е. если известно, что $m_1 < x < m_2$, то примем

$$a = \frac{m_1 + m_2}{2}$$

Тогда

$$h = \frac{|m_1 - m_2|}{2}$$

Пример 7. Вычислить приближенное значение величины x , равное среднему арифметическому границ и указать точность этого приближения, если

$$3,6 < x < 3,8$$

$$a = \frac{3,6 + 3,8}{2} = 3,7; \quad h = \frac{|3,6 - 3,8|}{2} = 0,1; \quad x = 3,7 \pm 0,1$$

$$\text{Ответ: } x = 3,7 \pm 0,1$$

3) **Относительная погрешность.**

$$\omega = \frac{\Delta}{x}$$

Т.к. в большинстве случаев истинное значение величины x неизвестно, то на практике относительную погрешность оценивают некоторым числом ε , большим этой погрешности.

$$\varepsilon = \frac{h}{|a|} \quad h = \varepsilon |a|$$

ε - граница относительной погрешности

Пример 8. Пусть $x = 42,1 \pm 0,2$. вычислить в процентах границу относительной погрешности приближенного значения величины x .

Решение: $x = 42,1 \pm 0,2$

$$a = 42,1 \quad h = 0,2$$

$$\varepsilon = \frac{h}{|a|} = \frac{0,2}{42,1} = 0,004 = 0,4 \%$$

Ответ: $\varepsilon = 0,4 \%$

Пример 9. Найдите верхнюю и нижнюю границы, если приближенное значение числа и относительная погрешность ε в процентах соответственно равны: $a = 18$; $\varepsilon = 1\%$

Решение: $h = 18 \cdot 0,01 = 0,18$

$$a = 18 \quad h = 0,18$$

$$m_1 = a - h = 18 - 0,18 = 17,82$$

$$m_2 = a + h = 18 + 0,18 = 18,18$$

$$17,82 \leq x \leq 18,18$$

Ответ: $17,82 \leq x \leq 18,18$

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	2 вариант
Пусть дано $3,4 < x < 3,9$. Найти границы выражения: А) $-3x+2$	Пусть дано $3,2 < x < 3,6$. Найти границы выражения: А) $-4x+3$
Пусть дано $5,9 < x < 7,4$. Найти границы величины $\frac{1}{x}$.	Пусть дано $6 < x < 8,2$. Найти границы величины $\frac{1}{x}$.
Найти границы суммы $a+v$, если $1,8 < a < 2,4$ $-1,3 < v < -0,8$ Найти границы разности $a-v$, если $-3,4 < a < -2,9$ $1,4 < v < 1,9$	Найти границы суммы $a+v$, если $1,6 < a < 1,9$ $-1,2 < v < -0,6$ Найти границы разности $a-v$, если $-3,1 < a < -2,6$ $1,2 < v < 1,5$
Найти границы произведения $a \cdot v$, если $2,4 < a < 2,6$ $1,4 < v < 1,8$	Найти границы произведения $a \cdot v$, если $2,3 < a < 2,8$ $1,2 < v < 1,6$
Найти границы частного $\frac{a}{v}$ $3,2 < a < 4,2$ $2,2 < v < 2,5$	Найти границы частного $\frac{a}{v}$ $3,4 < a < 4,4$ $2,6 < v < 2,8$

Вычислить приближенное значение величины x , равное среднему арифметическому границ и указать точность этого приближения, если $3,4 < x < 3,9$	Вычислить приближенное значение величины x , равное среднему арифметическому границ и указать точность этого приближения, если $3,2 < x < 3,6$
Пусть $x = 37,6 \pm 0,2$. вычислить в процентах границу относительной погрешности приближенного значения величины x .	Пусть $x = 38,1 \pm 0,2$. вычислить в процентах границу относительной погрешности приближенного значения величины x .
Найдите верхнюю и нижнюю границы, если приближенное значение числа и относительная погрешность a процентах соответственно равны: $a = 24$; $\varepsilon = 4\%$	Найдите верхнюю и нижнюю границы, если приближенное значение числа и относительная погрешность a процентах соответственно равны: $a = 32$; $\varepsilon = 3\%$

Практическая работа №3

Тема: «Корни и степени»

Цель работы:

1. Формировать умения и навыки вычисления корней и степеней
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Перечень справочной литературы :

1. Алимов Ш.А. и др. «Алгебра и начала анализа 10-11 кл», М: Просвещение , 2008
2. Дорофеев Г.В. «Сборник заданий для проведения письменного задания по математике 11 кл», Москва, Дрофа, 2004
3. Алтынов П.И. «2600 тестов и проверочных заданий по математике», М: Дрофа, 1999

Краткие теоретические сведения:

Определение. Корнем n -й степени из числа a называется такое число, n -я степень которого равна a .

Свойства корня n -ой степени.

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & \text{если } n = 2k - 1, \forall k \in N, \forall a \in R \\ |a|, & \text{если } n = 2k, \forall k \in N, \forall a \in R \end{cases}$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b},$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}},$$

$$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m,$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = a^k,$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^k \sqrt[n]{a^r},$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a},$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[q]{a^p},$$

$$\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[q]{a^p} = \sqrt[nq]{a^{mq+np}},$$

$$\sqrt[n]{a^m} : \sqrt[q]{a^p} = \sqrt[nq]{a^{mq-np}}.$$

Пример :

$$1) \sqrt[3]{27} \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{27 \cdot 3} = \sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3^4} = 3$$

$$2) \sqrt{\frac{256}{625}} : \sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{256}{625} \cdot \frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{125}} = \frac{4}{5}$$

$$3) \sqrt[7]{5^{21}} = \sqrt[7]{(5^3)^7} = 5^3 = 125$$

$$4) \sqrt{\sqrt[3]{4096}} = \sqrt[6]{4096} = \sqrt[6]{2^{12}} = 2$$

$$5) (\sqrt[3]{9})^{-2} = \sqrt[3]{9^{-2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{81}} = \frac{1}{3}$$

Определение. Степенью числа a с натуральным показателем n , большим 1, называется произведение n множителей, каждый из которых равен a . Степенью числа a с показателем 1 называется само число a .

Степень с основанием a и показателем n записывается так: a^n . Читается “ a в степени n ”; “ n -я степень числа a ”.

По определению степени:

$$\begin{aligned} a^1 &= a \\ a^2 &= a \cdot a \\ a^3 &= a \cdot a \cdot a \\ a^4 &= a \cdot a \cdot a \cdot a \\ &\dots \dots \dots \\ a^n &= \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \end{aligned}$$

Нахождение значения степени называют **возведением в степень**.

1. Примеры возведения в степень:

$$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

$$0^4 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

$$(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$$

$$7^1 = 7$$

2. Представьте в виде квадрата числа: 25 ; 0,09 ; $\frac{16}{49}$

$$25 = 5^2 ; 0,09 = (0,3)^2 ; \frac{16}{49} = \left(\frac{4}{7}\right)^2$$

3. Представьте в виде куба числа:

$$27 ; 0,001 ; 8$$

$$27 = 3^3 ; 0,001 = (0,1)^3 ; 8 = 2^3$$

4. Найти значения выражений:

а) $3 \cdot 10^3 = 3 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 3 \cdot 1000 = 3000$

б) $-2^4 + (-3)^2 = 7$

$$2^4 = 16$$

$$(-3)^2 = 9$$

$$-16 + 9 = 7$$

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

Вычислить :

1 вариант	2 вариант
<p>1. Найдите значения степени:</p> <p>а) 10^3; б) $(-8)^4$; в) $3,2^2$; г) $\left(1\frac{2}{3}\right)^3$;</p> <p>2. Представьте в виде квадрата или куба число:</p> <p>а) 25; б) -64; в) 2,89; г) 0,027;</p> <p>3. Представьте в виде степени произведение:</p> <p>а) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$; б) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$;</p> <p>в) $x \cdot x \cdot x$; г) $y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$;</p> <p>д) $x^5 x^8$; е) $y^2 y^9$; ж) $2^6 \cdot 2^4$;</p> <p>з) $m^2 m^5 m^4$; и) $x^6 \cdot x^3 \cdot x^7$;</p> <p>к) $(-7)^3 \cdot (-7)^2 \cdot (-7)^9$.</p> <p>4. Представьте в виде степени частное:</p> <p>а) $x^8 : x^4$; б) $(-0,5)^{10} : (-0,5)^8$;</p> <p>в) $x^5 : x^3$; г) $y^{10} : y^{10}$; д) $2^6 : 2^4$;</p>	<p>1. Найдите значения степени:</p> <p>а) 7^3; б) $(-3)^4$; в) $5,4^2$; г) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$;</p> <p>2. Представьте в виде квадрата или куба число:</p> <p>а) 36; б) -121; в) 1,728; г) 0,081;</p> <p>3. Представьте в виде степени произведение:</p> <p>а) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$; б) $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$;</p> <p>в) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$; г) $y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$;</p> <p>д) $x^6 x^9$; е) $y^7 y^5$; ж) $2^3 \cdot 2^8$;</p> <p>з) $m^3 m^7 m^2$;</p> <p>и) $x^5 \cdot x^4 \cdot x^8$; к) $(-4)^4 \cdot (-4)^3 \cdot (-4)^7$.</p> <p>4. Представьте в виде степени частное:</p>

<p>е) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^4$.</p> <p>5. Вычислить.</p> <p>а) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 1\frac{1}{3} - (0,5)^2$; б) $3000 \cdot (0,2)^3 - (-2)^6$; в) $\frac{1,6}{(0,4)^2} - (-3)^3$; г) $5^2 - 3^2$; д) $6^2 : (-4)$; е) $3 \cdot 6^2$; ж) $(-10 + 7)^3$; з) $\frac{6^6}{6^4}$; и) $\frac{(-0,5)^9}{(-0,5)^6}$; к) $\frac{\left(\frac{-2}{9}\right)^7}{\left(\frac{-2}{9}\right)^4}$; л) $\frac{\left(\frac{12}{5}\right)^8}{\left(\frac{12}{5}\right)^2}$; м) $2^3 - 3^2$; н) $(-2)^3 \cdot (-1)^6$; о) $a^4 \cdot a \cdot a^3 a$; п) $(7x)^2$; р) $p \cdot p^2 \cdot p^0$; с) $c \cdot c^3 \cdot c$; т) $t \cdot t^4 \cdot (t^2)^2 \cdot t^0$; у) $(2^3)^7 : (2^5)^3$; ф) $-x^3 \cdot (-x)^4$; х) $(p^2)^4 : p^5$; ц) $(3^4)^2 \cdot (3^2)^3 : 3^{11}$.</p>	<p>а) $x^6 : x^3$; б) $(-0,3)^9 : (-0,3)^4$; в) $x^8 : x^2$; г) $y^9 : y^9$; д) 3^5 : 3^2; е) $\left(\frac{3}{7}\right)^8 : \left(\frac{3}{7}\right)^5$.</p> <p>5. Вычислить.</p> <p>а) $\left(\frac{2}{9}\right)^2 \cdot 2\frac{1}{4} - (0,6)^2$; б) $5000 \cdot (0,3)^3 - (-3)^7$; в) $\frac{2,4}{(0,2)^3} - (-3)^4$; г) $3^4 - 2^5$; д) $8^2 : (-3)$; е) $8 \cdot 7^2$; ж) $(-9+2)^3$; з) $\frac{8^4}{8^2}$; и) $\frac{(-0,2)^8}{(-0,2)^5}$; к) $\frac{\left(\frac{-3}{5}\right)^8}{\left(\frac{-3}{5}\right)^4}$; л) $\frac{\left(\frac{23}{5}\right)^6}{\left(\frac{23}{5}\right)^2}$ м) $4^4 - 4^2$; н) $(-3)^4 \cdot (-1)^5$; о) $a^5 \cdot a \cdot a^4 a$; п) $(8x)^3$; р) $p \cdot p^4 \cdot p^0$; с) $c \cdot c^5 \cdot c$; т) $t \cdot t^3 \cdot (t^4)^4 \cdot t^0$; у) $(4^3)^5 : (4^2)^6$; ф) $-x^5 \cdot (-x)^3$; х) $(p^5)^4 : p^3$; ц) $(5^4)^2 \cdot (5^2)^5 : 5^{10}$.</p>
Вычислить:	Вычислить:
<p>а) $\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4}$; б) $\sqrt[4]{\frac{162}{768}} : \sqrt[4]{\frac{2}{3}}$; в) $\sqrt[8]{724}$; г) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{32768}}$; д) $(\sqrt[10]{32})^{-2}$.</p>	<p>а) $\sqrt[4]{64} \cdot \sqrt[4]{4}$; б) $\sqrt[5]{\frac{4096}{46656}} : \sqrt[5]{\frac{4}{6}}$; в) $\sqrt[6]{818}$; г) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{19683}}$; д) $(\sqrt[9]{27})^{-3}$.</p>

Практическая работа №4

Тема: «Степень с рациональным показателем»

Цель работы:

1. Формировать умения и навыки решения упражнений применяя свойства степени

2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Перечень справочной литературы :

1. Алимов Ш.А. и др. «Алгебра и начала анализа 10-11 кл», М: Просвещение , 2008
2. Дорофеев Г.В. «Сборник заданий для проведения письменного задания по математике 11 кл», Москва, Дрофа, 2004
3. Алтынов П.И. «2600 тестов и проверочных заданий по математике», М: Дрофа, 1999

Краткие теоретические сведения:

Напомним, что рациональное число r — это число

вида $\frac{m}{n}$, где m — целое, n — натуральное число.

Все свойства степени с натуральным показателем верны для степени с любым рациональным показателем и положительным основанием.

А именно, для любых рациональных чисел p и q и любых $a > 0$ и $b > 0$ верны равенства:

Свойства степени:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$a^p a^q = a^{p+q}$$

$$a^p : a^q = a^{p-q}$$

$$(a^p)^q = a^{pq}$$

$$(ab)^p = a^p b^p$$

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Примеры :

$$1. 7^{\frac{1}{4}} * 7^{\frac{3}{4}} = 7^{\frac{1+3}{4}} = 7^{\frac{4}{4}} = 7^1 = 7$$

$$2. 9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{3}} = 9^{\frac{2-1}{3}} = 9^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{9} = 3$$

$$3. (16^{\frac{1}{2}})^{9/4} = 16^{\frac{1*9}{2*4}} = 16^{\frac{9}{8}} = 2^3 = 8$$

$$4. 24^{\frac{2}{3}} = (2^3 * 3)^{\frac{2}{3}} = 2^2 * 3^{\frac{2}{3}} = 4\sqrt[3]{3^2} = 4\sqrt[3]{9}$$

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Практическая работа №5

Тема: «Степень с действительным показателем»

Цель работы:

1. Формировать умения и навыки решения упражнений применяя свойства степени
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Перечень справочной литературы :

1. Алимов Ш.А. и др. «Алгебра и начала анализа 10-11 кл», М: Просвещение , 2008
2. Дорофеев Г.В. «Сборник заданий для проведения письменного задания по математике 11 кл», Москва, Дрофа, 2004
3. Алтынов П.И. «2600 тестов и проверочных заданий по математике», М: Дрофа, 1999

Краткие теоретические сведения:

При любом $x \in R$ и любом $a > 0$ степень a^x является положительным действительным числом: $a^x > 0$ при $x \in R, a > 0$.

Если основание степени $a = 0$, то степень 0^x определяют только при $x > 0$ и считают, что $0^x = 0$ при $x > 0$. Например, $0^{\sqrt{2}} = 0, 0^{0,1} = 0$. При $x < 0$ выражение 0^x не имеет смысла. Например, выражения $0^{-1}, 0^{-\sqrt{2}}$ смысла не имеют.

При таком определении степени с действительным показателем сохраняются все известные свойства степени с рациональным показателем.

Пример 1. Упростить выражение : $\frac{(a^{\sqrt{2}-1})^{\sqrt{2}+1}}{a^{\sqrt{2}-2} \cdot a^{4-\sqrt{2}}}$

► Применяя свойства степени с действительным показателем, получаем

$$\frac{(a^{\sqrt{2}-1})^{\sqrt{2}+1}}{a^{\sqrt{2}-2} \cdot a^{4-\sqrt{2}}} = \frac{a^{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}}{a^{\sqrt{2}-2+4-\sqrt{2}}} = \frac{a^2}{a^2} = a$$

Для любого $a > 1$ и любого $x > 0$ число a^x больше 1, т. е. $a^x > 1$ при $a > 1, x > 0$.

С помощью свойств степени с действительным показателем доказывается следующая теорема:

Теорема. Пусть $a > 1$ и $x_1 < x_2$. Тогда $a^{x_1} < a^{x_2}$.

Следствие 1. Пусть $0 < a < 1$ и $x_1 < x_2$. Тогда $a^{x_1} > a^{x_2}$.

Следствие 2. Пусть $a > 0, a \neq 1, a^{x_1} = a^{x_2}$.

Тогда $x_1 = x_2$.

Следствие 3. Пусть $0 < x_1 < x_2$. Тогда если $p > 0$, то $x_1^p < x_2^p$, а если $p < 0$, то $x_1^p > x_2^p$.

Таким образом, при возведении неравенства с положительной левой и положительной правой частями в положительную степень знак неравенства не меняется, а при возведении в отрицательную степень знак неравенства меняется на противоположный.

Свойства степени:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$a^p \cdot a^g = a^{p+g}$$

$$a^p : a^g = a^{p-g}$$

$$(a^p)^g = a^{pg}$$

$$(ab)^p = a^p b^p$$

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Примеры :

$$5. 7^{\frac{1}{4}} * 7^{\frac{3}{4}} = 7^{\frac{1+3}{4}} = 7^{\frac{4}{4}} = 7^1 = 7$$

$$6. 9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{3}} = 9^{\frac{2-1}{3}} = \sqrt[3]{9} = 3$$

$$7. (16^{\frac{1}{2}})^{9/4} = 16^{\frac{1*9}{2*4}} = 16^{\frac{9}{4}} = 2^3 = 8$$

$$8. 24^{\frac{2}{3}} = (2^3 * 3)^{\frac{2}{3}} = 2^2 * 3^{\frac{2}{3}} = 4\sqrt[3]{3^2} = 4\sqrt[3]{9}$$

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

Задание упростить выражение, вычислить :

$\frac{a^{\sqrt{5}} * b^{\sqrt{5}}}{(ab)^{2+\sqrt{5}}}$	$\frac{a^{\sqrt{8}} * b^{\sqrt{8}}}{(ab)^{3+\sqrt{8}}}$
$(a^{1+\sqrt{3}})^{1-\sqrt{3}}$	$(a^{1+\sqrt{5}})^{1-\sqrt{5}}$
$(a^{\sqrt{3}} - b^{\sqrt{5}})(a^{\sqrt{3}} + b^{\sqrt{5}})$	$(a^{\sqrt{2}} - b^{\sqrt{5}})(a^{\sqrt{2}} + b^{\sqrt{5}})$
$a^{\sqrt{3}} * a^{1-\sqrt{3}}$	$a^{\sqrt{7}} * a^{1-\sqrt{7}}$
$a^{\sqrt{7}+1} * a^{\sqrt{7}-1}$	$a^{\sqrt{8}+1} * a^{\sqrt{8}-1}$
$(5^{1+\sqrt{3}})^{1-\sqrt{3}}$	$(7^{1+\sqrt{2}})^{1-\sqrt{2}}$
$4^{2-3\sqrt{7}} * 64^{\sqrt{7}}$	$5^{2-3\sqrt{10}} * 125^{\sqrt{10}}$
$\frac{12^{3+\sqrt{5}}}{3^{3+\sqrt{5}} * 4^{2+\sqrt{5}}}$	$\frac{15^{3+\sqrt{8}}}{3^{3+\sqrt{8}} * 5^{4+\sqrt{8}}}$
$(b^{\sqrt{10}})^{\sqrt{10}} : b^2$	$(b^{\sqrt{7}})^{\sqrt{7}} : b^2$
$4^{1+\sqrt{5}} * 2^{3-\sqrt{5}} * 2^{-2-\sqrt{5}}$	$16^{1+\sqrt{7}} * 4^{2-\sqrt{7}} * 4^{-2-\sqrt{7}}$

$(a^{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1})^{1-\sqrt[3]{2}}$	$(a^{\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{4}+1})^{1-\sqrt[3]{4}}$
$(a^{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{5}})^{\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{20}+\sqrt[3]{25}}$	$(a^{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}})^{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{16}}$

Практическая работа №6

Тема: «Определение логарифма»

Цель работы:

1. Формировать умения и навыки решения логарифмов
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Перечень справочной литературы :

1. Алимов Ш.А. и др. «Алгебра и начала анализа 10-11 кл», М: Просвещение , 2008
2. Дорофеев Г.В. «Сборник заданий для проведения письменного задания по математике 11 кл», Москва, Дрофа, 2004
3. Алтынов П.И. «2600 тестов и проверочных заданий по математике», М: Дрофа, 1999

Краткие теоретические сведения:

Определение: Логарифмом положительного числа **b** по основанию **a**, где $a > 0, a \neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число **a**, чтобы получить **b**.

$$\log_a b = x$$

$$a^x = b$$

Пример1: Вычислить $\log_2 8$

$$\log_2 8 = x$$

По определению логарифма

$$2^x = 8$$

$$2^x = 2^3$$

$$x = 3$$

Получаем

$$\log_2 8 = 3$$

Определение логарифма можно кратко записать так:

$$a^{\log_a b} = b$$

Это равенство справедливо при $b > 0, a < 0, a \neq 1$. Его обычно называют основным логарифмическим тождеством.

Пример 2. Вычислить

$$4^{\log_4 5} = 5$$

$$3^{-2 \log_3 5} = (3^{\log_3 5})^{-2} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$$

Пример 3. Решить уравнение $\log_3(1 - x) = 2$

По определению логарифма $3^2 = 1 - x$; $-x = 9 - 1$; $-x = 8$ или $x = -8$

Ответ: $X = -8$

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант

Задание вычислить логарифмы:

$$\log_2 32; \log_2 \frac{1}{4}; \log_2 \sqrt{8};$$

$$\log_3 9; \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}; \log_3 \sqrt[5]{3};$$

$$\log_4 16; \log_{\frac{1}{4}} 16; \log_4 \sqrt[3]{4};$$

$$\log_5 125; \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{625}; \log_6 36.$$

Задание вычислить:

$$5^{\log_5 20}; 2^{3 \log_2 7}; 16^{\log_4 3}; 2^{2 + \log_2 9}; 3^{2 - \log_3 7}.$$

Задание решить уравнение:

$$\log_3(1 - x) = 3$$

$$\log_2(x - 5) = 2$$

$$\log_6 x = 3$$

Задание для работы.

2 вариант

Задание вычислить логарифмы:

$$\log_2 64; \log_2 \frac{1}{8}; \log_2 \sqrt[3]{4};$$

$$\log_3 27; \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}; \log_3 \sqrt[3]{3};$$

$$\log_4 64; \log_{\frac{1}{4}} 16; \log_4 \sqrt[4]{4};$$

$$\log_5 3125; \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{25}; \log_6 \frac{1}{216}.$$

Задание вычислить:

$$4^{\log_4 17}; 7^{2 \log_7 9}; 8^{\log_2 5}; 3^{2 + \log_3 4}; 2^{3 - \log_2 6}.$$

Задание решить уравнение:

$$\log_2(1 - x) = 3$$

$$\log_3(5 - x) = 2$$

$$\log_5 x=4$$

Практическая работа №7

Тема: «Свойства логарифмов»

Цель работы:

1. Формировать умения и навыки применения свойства логарифмов при решении логарифмов
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Перечень справочной литературы :

1. Алимов Ш.А. и др. «Алгебра и начала анализа 10-11 кл», М: Просвещение , 2008
2. Дорофеев Г.В. «Сборник заданий для проведения письменного задания по математике 11 кл», Москва, Дрофа, 2004
3. Алтынов П.И. «2600 тестов и проверочных заданий по математике», М: Дрофа, 1999

Краткие теоретические сведения:

При выполнении преобразований выражений, содержащих логарифмы, при вычислениях и при решении уравнений часто используются различные свойства логарифмов.

Рассмотрим основные из них.

Пусть $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$, r - любое действительное число. Тогда справедливы формулы:

$$\log_a b + \log_a c = \log_a bc$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

Пример 1. Вычислить:

$$\log_6 18 + \log_6 2 = \log_6 36 = 2$$

Пример 2. Вычислить:

$$\log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12} \frac{48}{4} = \log_{12} 12 = 1$$

Пример 3. Вычислить:

$$\log_3 3^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7} \log_3 3 = \frac{1}{7} * 1 = \frac{1}{7}$$

Пример 4. Вычислить:

$$\log_8 2 = \log_{2^3} 2 = \frac{1}{3} \log_2 2 = \frac{1}{3} * 1 = \frac{1}{3}$$

Пример 5. Вычислить:

$$\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2} \log_5 12 + \log_5 50 = \log_5 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} * 50 = \log_5 25 = 2$$

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант

Задание вычислить:

$$\begin{aligned} & \log_{10} 5 + \log_{10} 20 ; \\ & \log_{10} 25 + \log_{10} 40 ; \\ & \log_2 64 - \log_2 4 ; \\ & \log_2 8 - \log_2 2 ; \\ & \log_{13} \sqrt[6]{169} ; \\ & \log_2 \sqrt[6]{128} ; \\ & \log_4 12 - \log_4 15 + \log_4 20 ; \\ & \log_{\frac{1}{2}} 12 - \log_{\frac{1}{2}} 15 + \log_{\frac{1}{2}} 20 ; \\ & \frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21} ; \\ & 2 \log_3 6 - \frac{1}{2} \log_3 400 + 3 \log_3 \sqrt[3]{45} . \end{aligned}$$

Задание для работы.

2 вариант

Задание вычислить:

$$\begin{aligned} & \log_{10} 25 + \log_{10} 4 ; \\ & \log_{10} 50 + \log_{10} 20 ; \\ & \log_2 16 - \log_2 4 ; \\ & \log_2 8 - \log_2 4 ; \\ & \log_{11} \sqrt[5]{121} ; \\ & \log_3 \sqrt[6]{243} ; \\ & \log_2 12 - \log_2 15 + \log_2 20 ; \\ & \log_{16} 12 - \log_{16} 15 + \log_{16} 20 ; \\ & \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{7}} 36 - \log_{\frac{1}{7}} 14 - 3 \log_{\frac{1}{7}} \sqrt[3]{21} ; \\ & 2 \log_{\frac{1}{8}} 6 - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{8}} 400 + 3 \log_{\frac{1}{8}} \sqrt[3]{45} . \end{aligned}$$

Практическая работа №8

Тема: «Логарифмические уравнения и неравенства»

Цель работы:

1. Формировать умения и навыки решения логарифмических уравнений и неравенств
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда

3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Перечень справочной литературы :

1. Алимов Ш.А. и др. «Алгебра и начала анализа 10-11 кл», М: Просвещение , 2008
2. Дорофеев Г.В. «Сборник заданий для проведения письменного задания по математике 11 кл», Москва, Дрофа, 2004
3. Алтынов П.И. «2600 тестов и проверочных заданий по математике», М: Дрофа, 1999

Краткие теоретические сведения:

Рассмотрим решение логарифмических уравнений на примерах.

Пример 1 . Решить уравнение $\log_{10}(x + 1) = 2$

О.О.Л. $x+1 > 0$

$x > -1$

решение: $\log_{10}(x + 1) = 2$

по определению логарифма получаем

$$x+1=10^2$$

$$x+1=100$$

$$x=100-1$$

$$x=99$$

99 больше чем -1, значит он идет в ответ

Ответ: $x=99$

Пример 2. Решить уравнение $\log_2(x + 1) + \log_2(x + 3) = 3$

Преобразуем левую часть по свойству логарифмов $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$

Получим

$$\log_2(x + 1)(x+3)=3 \quad (1)$$

Так как любое число можно записать в виде логарифма, то представим 3 в виде логарифма с основанием 2 , получим

$$\log_2(x + 1)(x+3)= 3$$

По определению логарифма получаем

$$(x+1)(x+3) = 2^3 \quad (2)$$

Умножаем скобки

$$x^2 + 4x + 3 = 8$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$D=4^2-4*1*(-5)=16+20=36 \rightarrow 6$$

$$x_1=1; x_2 = -5$$

Так как уравнение (2) является следствием исходного уравнения, то необходима проверка.

$$x_1=1$$

$$\log_2(1 + 1) + \log_2(1 + 3) = 3$$

$$\log_2 2 + \log_2 4 = 3$$

$$1+2=3$$

$$3=3$$

Этот корень подходит

$$x_2 = -5$$

$$\log_2(-5 + 1) + \log_2(-5 + 3) = 3$$

Скобки получаются отрицательны, и поэтому левая часть уравнения (1) не имеет смысла, то есть $x=-5$ не является корнем этого уравнения.

Ответ: $X_1=1$

Пример 3. Решить уравнение $\log_7(3x + 4) = \log_7(5x + 8)$

Приравнивая выражения, стоящие под знаком логарифма, получаем

$$3x+4 = 5x+8$$

$$3x-5x=8-4$$

$$-2x=4$$

$$X=-2$$

Выполняя проверку, убеждаемся, что при $x=-2$ левая и правая части исходного уравнения не имеют смысла.

$$\log_7(-6 + 4) = \log_7(-10 + 8)$$

Ответ: корней нет.

При изучении логарифмической функции рассматривались неравенства вида $\log_a x < a$ и $\log_a x > b$. Приведем примеры решения более сложных **логарифмических неравенств**. Обычный способ решения таких неравенств заключается в переходе от них к более простому неравенству или системе неравенств, имеющей то же самое множество решений, то есть к равносильному неравенству или к равносильной системе неравенств.

Пример 1. Решить неравенство $\log_2(x - 3) + \log_2(x - 2) \leq 1$

$2 > 1$, знак не меняется в неравенстве

$$\text{О.О.Л: } \begin{cases} x - 3 > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x > 2 \end{cases} \text{ получаем отсюда } x > 3$$

Решение по свойствам логарифмов получаем

$$\log_2(x - 3)(x - 2) \leq 1$$

$$(x-3)(x-2) \leq 2^1$$

$$X^2 - 5x + 6 - 2 \leq 0$$

$$X^2 - 5x + 4 \leq 0$$

$$X^2 - 5x + 4 = 0$$

$$D = 5^2 - 4 * 1 * 4 = 25 - 16 = 9 \rightarrow 3$$

$$X_1 = 1, x_2 = 4$$

$$Y(0) = 0 - 0 + 4 = 4$$

Получаем $1 \leq x \leq 4$

Совмещая этот отрезок с промежутком $x > 3$, получаем

$$3 < x \leq 4$$

Ответ: $3 < x \leq 4$

Порядок проведения работы:

Используя теоретические сведения и примеры, выполнить предложенное преподавателем задание

Задание для работы.

1 вариант	2 вариант
$\log_2(2x - 1) = 3$ $\log_{10}(4x + 5) - \log_{10}(5x + 2) = 0$ $\log_3(2x + 1) = \log_3 13 + \log_3 3$ $\log_3(4 - 2x) - \log_3 2 < 2$ $\log_2(x - 1) + \log_2(x + 4) \leq \log_2 6$	$\log_2(x + 3) = 4$ $\log_3(5x + 3) - \log_3(7x + 5) = 0$ $\log_{10}(x + 3) = \log_{10} 10 + \log_{10} 25$ $\log_2(2x + 1) - \log_2 3 \leq 1$ $\log_3(5 - x) + \log_3(-1 - x) \geq 3$
3 вариант	4 вариант
$\log_5(x - 2) = 2$ $\log_3(2x + 4) - \log_3(4x + 12) = 0$ $\log_{10}(5x + 2) = \log_{10} 6 + \log_{10} 2$ $\log_3(6 - 2x) - \log_3 2 < 3$ $\log_3(x - 2) + \log_3(x + 6) > 2$	$\log_3(x + 4) = 2$ $\log_{10}(x + 2) - \log_{10}(2x + 6) = 0$ $\log_2(7x - 4) = \log_2 4 + \log_2 13$ $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) - \log_{\frac{1}{2}} 16 > 5$ $\log_2(x - 2) + \log_2(x - 3) < 1$

Практическая работа №9

Тема: «Аксиомы стереометрии. Следствия из аксиом»

Цель работы:

1. Формировать умения и навыки решения тестов и задач с использованием аксиом стереометрии и следствий из аксиом
2. Формировать умения и навыки самостоятельного умственного труда
3. Прививать умения и навыки работы со справочным материалом
4. Определить уровень остаточных знаний студентов по данной теме

Перечень справочной литературы :

1. Атанасян Л.С. и др. «Геометрия 10-11», М: Просвещение, 2008
2. Зив Б.Г. «Дидактические материалы по геометрии 10-11 кл.», М: Просвещение, 2000
3. Дорофеев Г.В. «Сборник заданий для проведения письменного задания по математике 11 кл», Москва, Дрофа, 2004